

# التطوير التربوي

سلطنة عمان - وزارة التربية والتعليم ، ملحق دورية التطوير التربوي  
السنة التاسعة - العدد الخامس والستون - أكتوبر ٢٠١١ م

## النمذجة الرياضية

## Mathematical Modeling

إعداد: صفية بنت سلطان بن سيف البحرية  
معلمة رياضيات/ مدرسة صحم (١١-١٢)  
المديرية العامة للتربية و التعليم بمنطقة الباطنة شمال  
المراجعة الفنية المديرية العامة لتطوير المناهج





#### مقدمة:

قد تكون المواقف اليومية، بما تحمله من متطلبات، وما ينبثق عنها من مشكلات - من جهة- وما يسعى إليه الفرد من توفير سبل راحته، وتمكين عناصر استفادته مما هو متاح - من جهة أخرى- يدفع كل ذلك بالفرد نحو الحاجة إلى التطور في كافة مجالات الحياة و إيجاد حلول فائقة ذات دلالة عملية لمشكلاته الحياتية. وحيث إننا « لا يمكن أن نعزل استخدامات الرياضيات في مواجهة العديد من المشكلات اليومية» (ميخائيل، ٢٠٠٨، ص ٤١)، إلا أن ما نلاحظه هو أننا نمارس الرياضيات لذاتها، لما تشبعه لدينا من رغبة في المعرفة، و إذا أيقنا أن نشاطاتنا ومعرفتنا تصبح قابلة للتطبيق فإننا نشعر بنوع من الأمان في ظل هذه المعرفة (آزاد، ٢٠٠٦)، و بذلك يأتي دور الرياضيات في تجسيد عمليات عقلية لحل المشكلات الواقعية، فمن النادر أن نجد موقفاً علمياً أو اجتماعياً لا يتضمن عملاً رياضياً بالمعنى الواسع للرياضيات، كالأعداد والأشكال والأنماط والعلاقات وتكوين الحس بالمكان والزمان، والتعامل مع الثوابت والمتغيرات، ومع المواقف الاحتمالية، وبذلك تكون التطورات الرياضية مبتدئة بتوفير الحلول، ومتجاوزة ذلك إلى الوصول إلى مفاهيم وعلاقات نظرية، كالحاجة مثلاً إلى إقامة منشآت عمودية واكتشاف نظرية فيثاغورث، فالتعامل مع مجالات العلوم المختلفة من علوم السياسة والاجتماع والفيزياء والكيمياء والأحياء وعلوم الأرض والفلك والهندسة والتكنولوجيا والاقتصاد والطب والزراعة و العلوم البحرية وغيرها يستدعي تحويل ما يطرأ فيها من مشكلات من صياغتها الشكلية إلى صياغة رياضية لحلها بصورة تتسم بالدقة و الموضوعية (عبيد، ٢٠٠٨).

و يشير صالح جاسم إلى أن العلوم في تطور و تقدم مستمر كلما تمت معالجتها رياضياً، و نمذجة نظرياتها و قوانينها في شكل منظومات رياضية تساعد على التفسير، و من خلال ذلك أصبحت الظواهر الحياتية شيئاً قابلاً للاستيعاب (الجراح، ٢٠٠٠).



## ماهية النمذجة الرياضية

النمذجة الرياضية هي محل دراسة بدون حدود في إطار المعقولية للمواقف والمشكلات الحقيقية التي نجدها في مجالات العلوم الأخرى (Illner et al., ٢٠٠٥)، ويعرف ستاسي النمذجة الرياضية بأنها استخدام الرياضيات في مجال العالم حولنا، ويؤكد على أنها عملية كاملة تقود من موقف المشكلة الحقيقي الأصلي إلى بناء واستخدام النموذج الذي يتم اختباره لعمل تنبؤات والنموذج الرياضي هوفئة من الافتراضات بالإضافة إلى فئة من العلاقات توظف لحل المشكلة الحياتية أو الواقعية (البحري، ٢٠١١).

ويشير فريد أبو زينة وآخرون (٢٠٠٧) إلى أن النمذجة الرياضية للظواهر هي من أقوى استخدامات الرياضيات.

ويؤكد وليم عبيد أن النمذجة الرياضية في جوهرها تجسير بين المعارف الرياضية الأساسية والمواقف غير الرياضية حيث يختبر الطلاب بأنفسهم العلاقة الطبيعية بين الرياضيات وعالم الحقيقة (لحمر، ٢٠٠٧).

ويعتبر فايز مينا النمذجة الرياضية هي عملية تحويل الموقف موضع الدراسة إلى مشكلة رياضية، ثم حلها واختبار صحة الحل في الموقف، والخروج بتعميمات ومفاهيم جديدة (مينا، ١٩٩٤).

ويعرف جيانج وآخرون (Jiange et al., ٢٠٠٠) أن النمذجة الرياضية عبارة عن موضوع يتعلق بمجالات مختلفة ويلعب دورا حاسما في تطوير نواتج أفضل أو التنبؤ بكيف ستكون الأشياء في المستقبل لتحسين حياتنا اليومية.

ويعرفها لحمر أنها «تطبيق الرياضيات في معالجة مشاكل واقعية في الحياة أو مشاكل في الرياضيات نفسها ومشاكل في علوم أخرى، وذلك عن طريق تحويل المشكلة الحياتية إلى مسألة رياضية ثم التعامل مع هذه المسألة وحلها، واختيار أفضل الحلول الذي يتناسب مع طبيعة المشكلة التي نعالجها ومن ثم التعميم والتنبؤ إن أمكن ذلك» (لحمر، ٢٠٠٧، ص ١٤).

وتعتبر النمذجة الرياضية تقنية لفهم ديناميكا نظام ما وتوقع النتائج المستقبلية ضمن هذا النظام (Varaki and Earl, ٢٠٠٦)، فهي «عملية تتضمن تحويل المشكلة الحياتية إلى مسألة رياضية ثم التعامل مع هذه المسألة وحلها واختبار نتائج الحل في الموقف الحياتي، مما يتيح التوصل إلى تنبؤات وتعميمات ومفاهيم جديدة» (الجراح، ٢٠٠٠، ص ٧).

وقد أصبحت النمذجة الرياضية ضرورية لتقديم الجديد في تعليم وتعلم الرياضيات، ويشير تانر وجونس (Tanner and Jones, ١٩٩٤) أن أبسط تمثيل للنمذجة الرياضية عبارة عن رسم توضيحي يتكون من مرحلتين يوضحان الترجمة من المشكلة الواقعية إلى الرياضيات وتفسير الحل الرياضي بالعودة إلى حدود المشكلة الواقعية.

### أهمية النمذجة الرياضية:

إن استخدام النمذجة الرياضية أمر ضروري يأخذ أهميته من أهمية النمذجة الرياضية بحد ذاتها، ويعبر إير Eyre عن هذه الأهمية كما في الشكل التالي (Niss and Blum, et al., ١٩٩١):



شكل ( ١ ) : أهمية النمذجة الرياضية عند إير Eyre

و قد عدد (لحمر، ٢٠٠٧) ، و نيس و بلوم ( Niss and Blum.et al.١٩٩١) أهمية النمذجة في النقاط التالية:

- اكتساب أسلوب علمي لحل المشكلات.
- ربط الرياضيات بالعلوم الأخرى و البيئة مما يزيد من دافعية الطالب لدراسة الرياضيات من خلال ما يجده فيها مناسبا لميوله واتجاهاته.
- ربط النمذجة الرياضية تعلم الطلاب بواقعهم و حياتهم اليومية.
- جعل الرياضيات ذات معنى للطالب.
- تدريب الطلاب و تشجيعهم على استخدام مصادر التعلم و التعود على الحصول على المعلومات من مصدرها الرئيسي.
- تدريب الطلاب على العمل الجماعي و التعاون و تلخيص الأفكار وعمل الحسابات.
- تعرف الطالب على خصائص البيئة و مشكلاتها.
- تطوير الاستيعاب العام، و الاتجاهات، و القدرة على حل المشكلات، و زرع الثقة بالنفس، من خلال تطبيقات الرياضيات و النمذجة الرياضية و حل المشكلات.
- تنمية الكفاءة النقدية لدى الطلاب.
- تقديم الرياضيات بصورة تساعد على الإبداع، و بصورة متكاملة و حل المشكلات من المجتمع المحيط.
- إحداث اتجاهات مناسبة نحو استخدام الرياضيات في سياقات تطبيقية.
- زيادة فرص تزويد الطلاب لممارسة تطبيقات الرياضيات التي سوف يحتاجونها كأفراد مواطنين و مهنين.
- المساهمة في عمل صورة متوازنة للرياضيات.
- المساعدة في فهم المفاهيم الرياضية و استيعابها.
- بناء النماذج الرياضية:
- النموذج الرياضي هو علاقة رياضية تكون عادة في صورة معادلات أو متباينات أو أشكال أو رسوم بيانية بين ظاهرة مستهدفة وموقف واقعي والعوامل المرتبطة بها.
- ويتطلب بناء نموذج رياضي أو أكثر لموقف حقيقي البحث عن التراكيب الرياضية و غير الرياضية و تمثيلها بنموذج أو نماذج

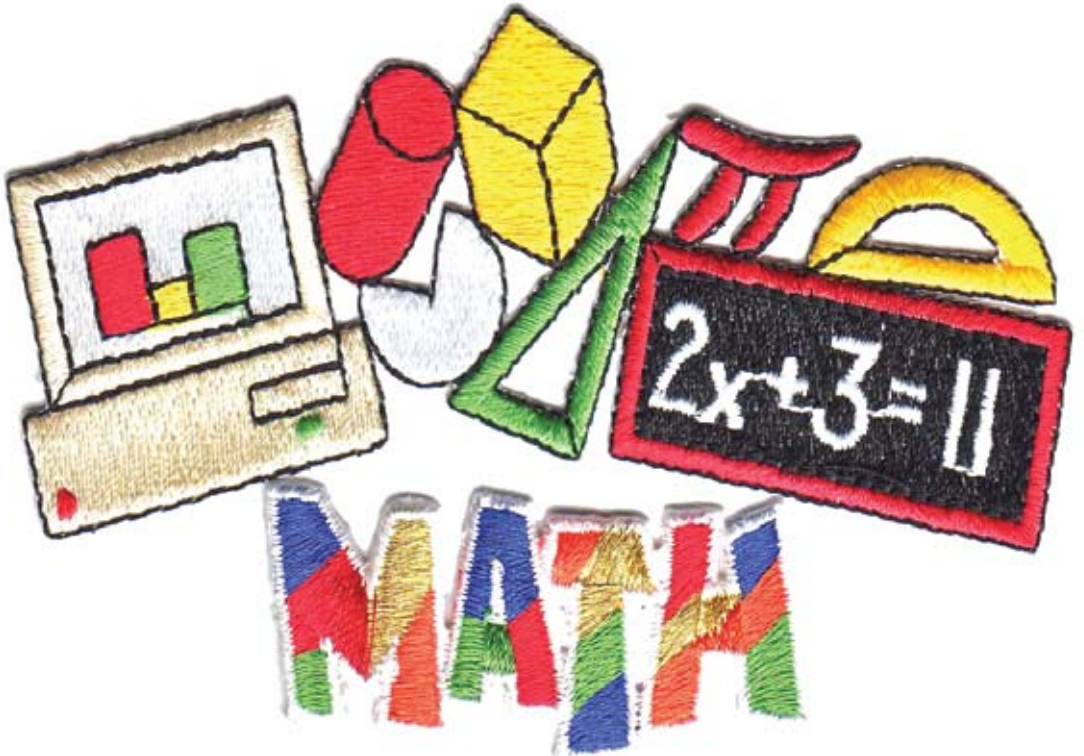
رياضية، و قد يواجه الفرد في هذه العملية مفاهيم غير واضحة لا يمكنه التعبير عنها رياضياً متضمنة في الموقف أو المشكلة الحقيقية، و ينبغي أن يكون لديه بعض المهارات التي تساعدهم في التوصل إلى النموذج الرياضي المناسب مثل بناء التعريفات، و التعرف على المتغيرات، و عمل اختيارات بين التمثيلات، و تبرير القرارات، و تبسيط المشكلة بوضع المتغيرات طبقاً لتصنيفات معينة.

فالقائم بعملية بناء نموذج رياضي سوف يقرر أي من العوامل تكون ذات تأثير بالمشكلة، و أي من العوامل يمكن عدم التأكيد عليها أو إهمالها، و بعد التوصل إلى النموذج ينبغي أن يتم فحصه في سياق الموقف أو المشكلة الحقيقية، و ذلك يتطلب فريق عمل يمارس العصف الذهني، و هي مهمة تتصف بالتحدي و التشويق.

و تحتوي النماذج الرياضية عادة على ثلاثة أنواع مختلفة من العوامل ، و المثال التالي يوضح هذه العوامل:» يتنافس البنك العالمي، و بنك الحدود في تقديم خدمة الصرف و الإيداع داخل البنك بصورة أسرع و أكثر دقة، فالبنك العالمي يقدم الخدمة على أساس أن العميل يختار منفذ الصراف الذي به أقل ازدحاماً، و الأسرع ضمن صرافين متاحين، أما بنك الحدود يقدم الخدمة على أساس أن يقف العميل في طابور واحد يؤدي إلى منفذ صراف ضمن الطابورين المتاحين، و يتقدم للأمام لطلب خدمته، أي من البنكين سيقدم خدمة الصرف والإيداع لعملائه أسرع من البنك الآخر؟»

**المتغيرات الداخلة:** و هي تتصف بأنها العوامل التي يأتي بها الموقف الحقيقي مثل النظام المتبع لتقديم الخدمة، حسن المعاملة، موقع الخدمة.... الخ.

**الثوابت:** و هي عبارة عن الثوابت الموجودة في موقف أو ظاهرة ما، ففي المثال السابق عدد الصرافين، عدد ساعات العمل، الآلات و الأجهزة المستخدمة في الصرف... الخ.





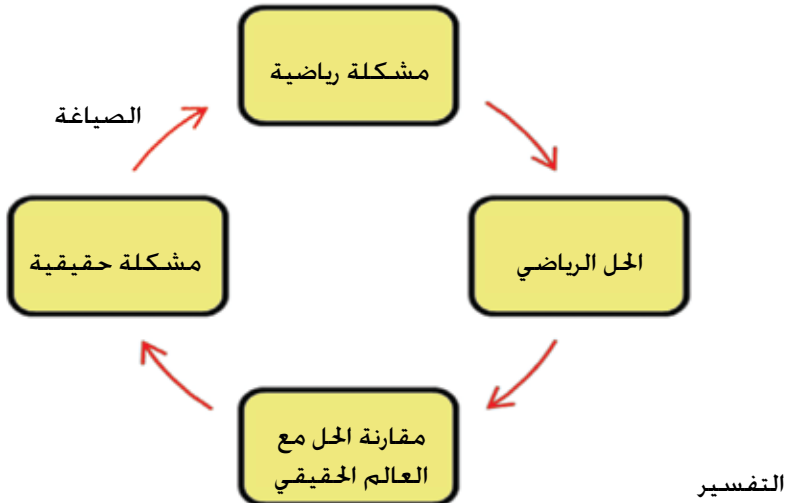
**المتغيرات المرتبطة بالمرجات (الناجئة) :** تتمثل في إعطاء حل النموذج للظاهرة أو الموقف، ففي المثال السابق دقة المبالغ التي تم صرفها وإيداعها، وقت انتظار العملاء، عدد العملاء الذين تم تنفيذ معاملتهم.

و حتى يمكن التوصل إلى نموذج رياضي جيد لظاهرة أو موقف أو مشكلة لا بد من معرفة الصفات اللازم توافرها للحكم على جودة النموذج الرياضي ومنها:

- البساطة دون إخلال ( ليس معقد بدرجة تعوق استخدامه).
- مناسبة تكاليف تنفيذه في حل المشكلة أو وصف الظاهرة.
- قلة المخاطر عند استخدامه.
- يحقق أقصى استفادة ممكنة ( إمكانياته - فترة الاستخدام).
- يعمل بأقل التكاليف الممكنة.
- يحقق أعلى عائد ممكن.
- يجيب على المتغيرات الحاكمة والمؤثرة في الظاهرة.
- قابل للتعديل والتطوير.

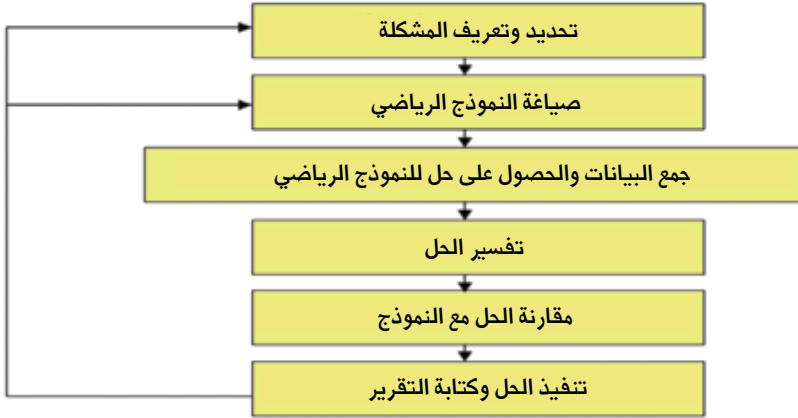
#### دورة النمذجة الرياضية:

تمر النمذجة الرياضية بمجموعة من المهارات المتتابعة و المترابطة، بحيث تشكل فيما بينها دورة تبدأ من مشكلة العالم الواقعي و تنتهي إليها، و يوضح تشينج Cheng عرضا مبسطا عن دورة النمذجة الرياضية و مهاراتها كما يلي (البحري، ٢٠١١):



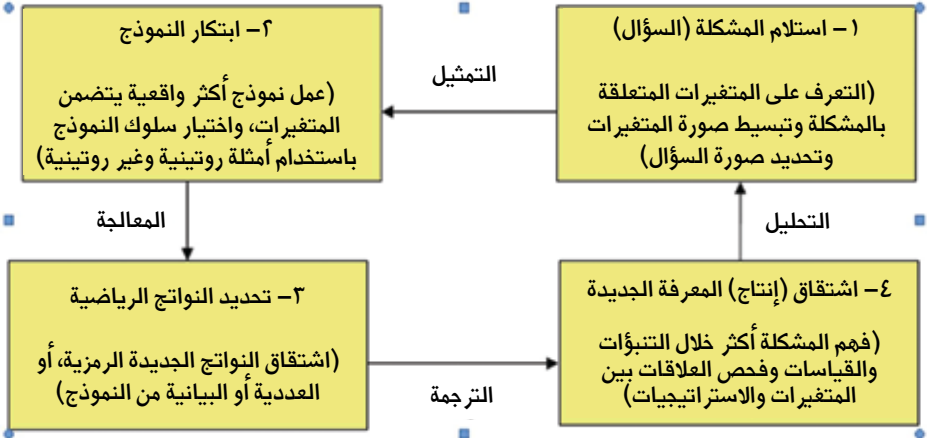
شكل (٢): مهارات النمذجة الرياضية لتشينج Cheng

ونلاحظ أنه اكتفى بالمهارات المبسطة بدءا من المشكلة الحقيقية وتحويلها إلى مشكلة رياضية وحلها ثم مقارنة الحل بالموقف الحقيقي، دون التطرق للمهارات العليا التي سيأتي ذكرها لاحقا، وهناك نوع من النمذجة الرياضية وهو «قلم وورقة» حيث يتسم بكتابة الافتراضات والمعادلات .. الخ، مستندا على الدورة التي يوضحها الشكل التالي (Warwick، ٢٠٠٧):



شكل (٣): مراحل دورة النمذجة الرياضية

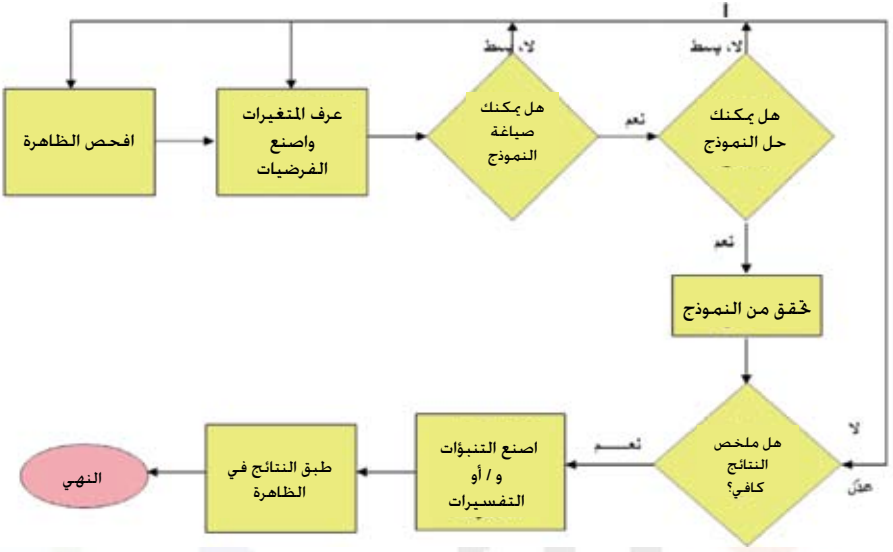
أما أبرامس (Abrams, ٢٠٠١) فيرى أن خطوات دورة النمذجة الرياضية أكثر تفصيلاً يمكن عرضها في الشكل التالي:



شكل (٤): خطوات دورة النمذجة الرياضية

ونلاحظ من الشكل السابق بعض العمليات المتضمنة في دورة النمذجة الرياضية مثل تحديد متغيرات المشكلة وتحديد المطلوب، واستخدام التمثيلات الرياضية لترجمة متغيرات المشكلة، وإجراء معالجات رياضية بهدف عمل تعديلات على النموذج، والتوصل لنواتج رياضية ثم ترجمة تلك النواتج في محتوى المشكلة الأصلية وتفسيرها وتحليلها للخروج باستنتاجات جديدة. ويرى بيرى وهوستون Berry & Houston أن النمذجة الرياضية لأي مشكلة في العالم الحقيقي تتطلب: (البحري، ٢٠١١)

- ١- فهم المشكلة.
  - ٢- تحديد المتغيرات.
  - ٣- وضع الفرضيات.
  - ٤- بناء النموذج.
  - ٥- حل النموذج.
  - ٦- ترجمة الحل والحكم على صدق النموذج.
  - ٧- انتقاد وتحسين النموذج.
- ويتضح أكثر في الشكل التالي:



شكل ( ٥ ) : دورة النمذجة الرياضية

ونلاحظ أن هذا المخطط لدورة النمذجة الرياضية يتضمن اختيار المشكلة، وتوضيح طريقة عمل النموذج وإمكانية إعادة النظر فيه وفي فروضه، والانتقال من نموذج خطي تحت ظروف معينة إلى آخر غير خطي وأكثر تعقيداً (واقعية)، وإذا كانت النتائج غير واقعية فيمكن إعادة النظر في جميع ما سبق، وإذا كانت تنسجم مع الواقع فيمكن عمل التنبؤات والشروح وتطبيقها على الواقع.

#### تضمين النمذجة الرياضية في مقررات مستويات التعليم المختلفة:

من المعايير المهمة في تعليم وتعلم الرياضيات تطبيق الرياضيات في مواقف مرتبطة بحياة المتعلم (سرور، ٢٠٠١)، حيث تعتبر الرياضيات دعامة لحياتنا فبدونها لا نستطيع حسم وحل العديد من المشكلات الواقعية (الأمين، ٢٠٠١)، حيث تستخدم لنمذجة وتفسير الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرياضية (النزواني، ٢٠٠٨)، فعندما تتولد المشكلات والقضايا في عالم الحقيقة يتم تجربتها في نماذج رياضية للحصول على حلول تقريبية (سرور، ٢٠٠١).

وذكر نيس وبلوم (Niss, Blum, ١٩٩١)، كما أدرجتها (الجراح، ٢٠٠٠) بعض المبررات لضرورة تضمين النمذجة في المناهج المدرسية ومقررات التعليم العالي وهي:

الحجة التشكيلية: حيث يؤكد أن تطبيقات الرياضيات والنمذجة الرياضية وحل المشكلات طريقة مناسبة لتطوير الاستيعاب العام، والاتجاهات، والقدرة على حل المشكلات، والثقة بالقدرة والاعتماد على النفس.

الكفاءة النقدية: ويؤكد على تحضير الطلاب ليكونوا مواطنين اجتماعيين يملكون استيعاباً فائداً في المجتمع، وهي الوظيفة التي تتأثر بشكل مباشر بالتطبيقات والنمذجة الرياضية، والهدف من الكفاءة النقدية هو تمكين الطالب من الملاحظة والحكم المستقل لمشكلات اجتماعية مهمة .



الحجة النفعية: ويشير إلى أن تعليم الرياضيات ضروري لتحضير الطلاب لاستخدام الرياضيات في حل المشكلات، و تربط تعلمهم بواقعهم وحياتهم اليومية، ووصفهم لمجالات وحالات خاصة تمكنهم من ممارسة التطبيقات والنمذجة في محتويات متعددة، أي القدرة على تفعيل الرياضيات في حالات رياضية إضافية، وهذا لا يتأتى بشكل أوتوماتيكي، وإنما يساعد فيه التركيز على الرياضيات البحتة مع درجة من الإعداد والتحضير. صورة الرياضيات: إن الأمر المهم في تعليم الرياضيات يتمثل في إنشاء صورة شاملة وغنية للرياضيات من كل وجوها، كحقل من الفعاليات في المجتمع والثقافة، حيث أن النمذجة والتطبيقات الرياضية تشكل عنصراً أساسياً في الرياضيات المبدعة.

#### إبراز دور الرياضيات في تعلم الموضوعات الأخرى:

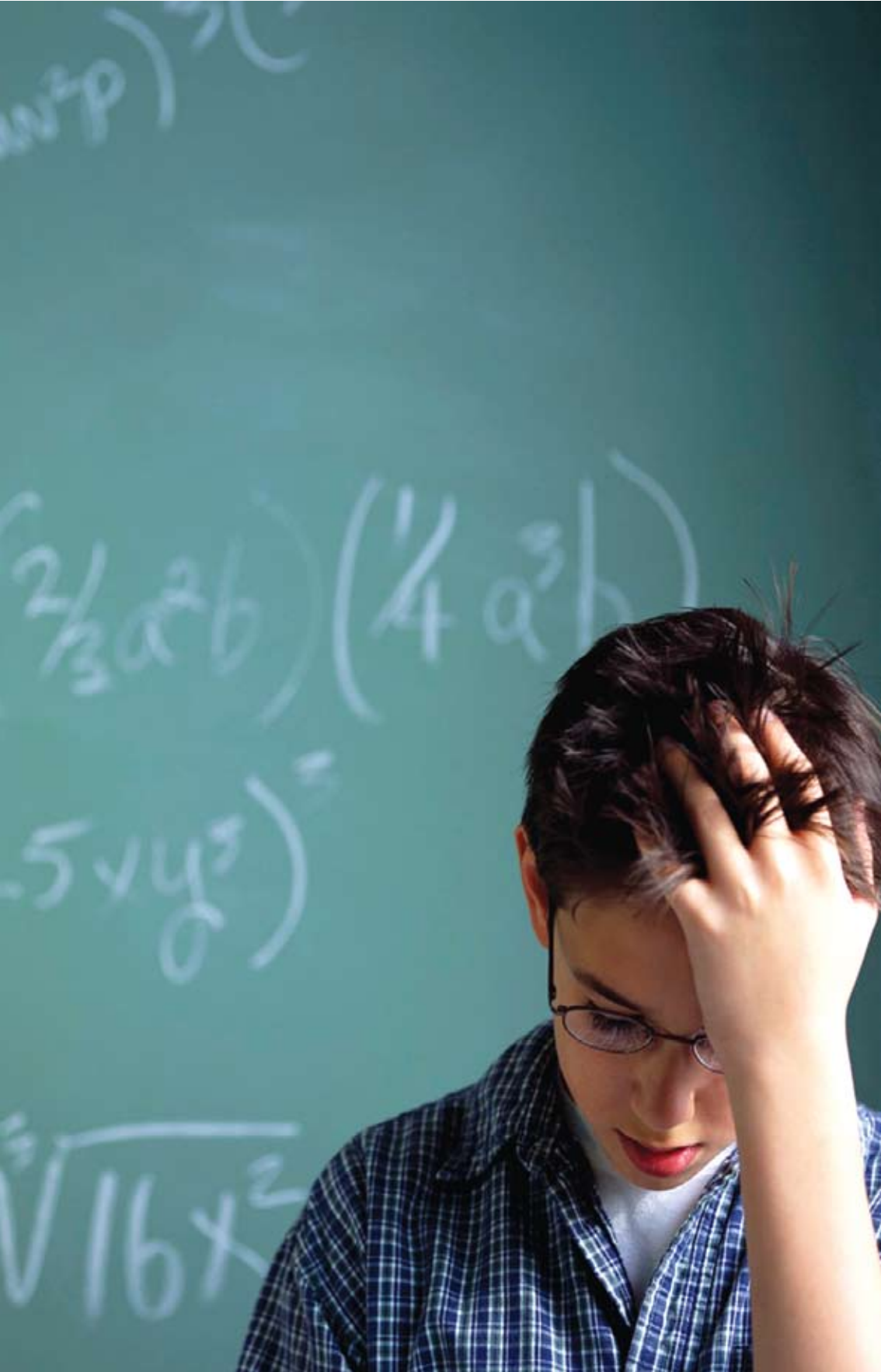
حيث أن تعلم المفاهيم والتعميمات الرياضية من خلال تطبيقها في موضوعات أخرى كالفيزياء، والكيمياء، والفلك، و الكمبيوتر، و الاقتصاد، وغيرها، مما يجعل الطالب يحس بدور الرياضيات في العلوم الأخرى و يساعد في تعلمها.

إضفاء معنى أعمق لتعليم الرياضيات: إذ أن التعليم من خلال التطبيقات والنمذجة قد يساعد في جعل الرياضيات ذات معنى للطلاب (فالمفاهيم، والمشكلات والعلاقات) التي يتعامل بها الطالب من خلال تطبيقها أو بناء نموذج رياضي لها، تكون أكثر وضوحاً وارتباطاً بصورة طبيعية و محسوسة.

تعزيز حل المشكلات: حيث أن عرض المشكلات الواقعية بصورتها الواقعية أو القريبة من الواقع أجدى و أنفع من عرضها بصورة مصنوعة تركز على التذكر والمهارة في إجراء الخوارزميات بطريقة روتينية تخلو من المعنى وقد يكون التعليم من خلال التطبيقات في الرياضيات نفسها أو في العلوم الأخرى أو في الحياة اليومية مما يعزز حل المشكلات التي قد يتعرض لها المتعلم بشكل عام.

ترقية تعليم الرياضيات: وهنا يؤكد أن دمج الرياضيات و حل المشكلات، ومجالات النمذجة، و فعاليات تعليم الرياضيات، يفترض أن





تترتب بطريقة مناسبة لتعين وتساعد الطلاب في استيعاب المفاهيم والدلالات والطرق والنتائج، وتزودهم بدافعية للدراسات الرياضية مما يساهم في تدريبهم على التفكير المنظم، وإضفاء عنصر التشويق والتنوع في تعليم الرياضيات.

ويشير جرانديجت وآخرون أنه لتضمنين النمذجة الرياضية في الصف فينبغي التالي (الرفاعي، ٢٠٠٦):

- توظيف التعليم للتكنولوجيا.
- جعل الطلاب نشيطين ولديهم مرونة في التفكير.
- استخدام المصادر الإضافية.
- تعزيز التفاعل الانساني بربط الطالب مع أقرانه وأسأذته.
- استخدام التقويم المستمر بصورة فعالة.
- وذلك من خلال الاعبارات التعليمية التالية:
- أنشطة النمذجة تكون قابلة للقياس.
- حل المشكلة يتوصل فيه الطلاب إلى حل نوعي، أما النمذجة الرياضية فتكون حل تجريبي.
- قدرة الطلاب على التحكم في معالجة مشكلة النمذجة.
- أنشطة النمذجة الرياضية تكون على درجة من الصعوبة ليتم تقديمها، ومن ثم يتم معالجتها بصور متنوعة.
- متطلبات تنمية مهارات النمذجة الرياضية
- لتنمية مهارات النمذجة الرياضية يتطلب من الطالب أن تكون لديه خلفية رياضية قوية عموماً من جهة ، وتعتمد على ما يلي من جهة أخرى: (لحمر، ٢٠٠٧)

#### توظيف الرياضيات في حل المشكلات:

- حل المشكلات يحتاج إلى نوع من الترجمة من صورة رياضية إلى أخرى، ومهارات الترجمة الرياضية تعتبر جزءاً أساسياً من مهارات النمذجة الرياضية والتي تتطلب مهارات تفكير متعددة المستويات.
- تكامل الرياضيات مع العلوم الأخرى:
- يعتبر التكامل من المتطلبات الأساسية لتنمية مهارات النمذجة الرياضية، لاعتماد العلوم الأخرى على الرياضيات، عن طريق النمذجة لبعض الحقائق والظواهر الطبيعية.
- مثال تطبيقي مبسط لكيفية استخدام دورة النمذجة الرياضية:
- المشكلة الواقعية: « تدفق حركة المرور»

#### نص المشكلة الواقعية:

تدفق حركة المرور مشكلة حقيقية تبحث عن حل داخل المدن، كيف يمكن المساعدة؟

في هذه العملية لتسير السيارات بحد أقصى للسرعة الآمنة والتي تعمل على زيادة تدفق حركة المرور؟

– يوزع المعلم نص المشكلة مكتوباً في أوراق العمل ، بحيث يطلب من كل مجموعة تعاونية قراءة المشكلة بصمت، ثم يسألهم عما فهموه، و يطلب منهم إعادة صياغة المشكلة، عن طريق طرح أسئلة يستجيبون لها في أوراق العمل حول تحديد المصطلحات الواردة، وتحديد أسئلة المشكلة، وكتابة الأهداف المراد تحقيقها.

– يشارك الطلاب أفكارهم مع بعضهم البعض من خلال المناقشات الفردية والجماعية تحت توجيه المعلم، حيث يناقشوا المصطلحات

التي حددها، وتعريف كل منها، ومدى أهميتها، وأسئلة المشكلة الواقعية المطلوب الإجابة عنها، والأهداف المراد تحقيقها عند حل المشكلة، فمثلا من المصطلحات التي يحددها: « حركة المرور » ، و « تدفق حركة المرور » ، و« الحد الأقصى للسرعة الآمنة».

- ينتقل الطلاب للمرحلة الثانية لدورة النمذجة الرياضية حول المشكلة الواقعية، حيث يمارسون في مجموعاتهم التعاونية العصف الذهني، بهدف التوصل إلى تحديد العوامل المتحركة بالمسألة ( المتغيرات المستقلة، والمتغيرات التابعة، والثوابت) وكذلك تحديد مسببات المشكلة، وكتابة أكبر عدد ممكن من الافتراضات التي يمكن أن تساعد في توضيح المشكلة، أو استكمال أي معلومات ناقصة بها للمساعدة فيما بعد في صياغة المشكلة بصورة أكثر تحديدا.

فمثلا يتوصل الطلاب إلى بعض الافتراضات ك: تدفق حركة المرور يمكن معرفته بمرور سيارة واحدة في زمن معين، يختلف عدد السيارات التي تمر بنقطة معينة باختلاف وقت الملاحظة، يختلف عدد السيارات التي تمر بنقطة معينة باختلاف نوع الطريق، ... الخ.

- يعرض الطلاب ما توصلوا إليه في ظل المناقشات الجماعية والفردية بهدف تقييم أفكارهم والتوصل لأفكار تساعد في معالجة المشكلة.

- يحاول الطلاب في مرحلة « صياغة النموذج الرياضي » مراجعة المتغيرات الهامة للمسألة وأسئلتها، واختيار افتراضات مبدئية للمساعدة في صياغة النموذج الرياضي، بحيث أن لا تكون الافتراضات المختارة متناقضة، أو توصل إلى نموذج رياضي يصعب فهمه، أو نموذج رياضي بسيط أكثر من اللازم، ثم يقوم المدربون في مجموعاتهم التعاونية بفحص متغيرات المشكلة والافتراضات للبدء في ترجمة هذه العلاقات إلى تمثيلات رياضية، فمثلا الافتراض « تدفق حركة المرور يمكن معرفته بمرور سيارة واحدة في زمن معين » يمكن تمثيله بالمعادلة:

$$\frac{1}{\text{التدفق}} = \frac{\text{الزمن}}{\text{المسافة}}$$

ثم يتعاملون مع الزمن بقانونه  $\frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$  ، و يتتبعون الأسئلة المطروحة

في ورقة العمل إلى أن يتوصلوا إلى أن:

$$\frac{\text{السرعة}}{\text{التدفق}} = \frac{\text{الزمن}}{\text{المسافة}}$$

- بعد أن يتوصل الطلاب لصورة النموذج الرياضي للمسألة الواقعية (المشكلة الرياضية) تدور مناقشات جماعية وفردية حول مدى تمثيل النموذج الرياضي لمتغيرات المشكلة، وتضمن الافتراضات المتبنية، و هل هناك افتراضات أخرى نحتاج لإضافتها.

- يستخدم الطلاب في مجموعاتهم التعاونية خطوات حل المشكلة الرياضية لحل النموذج الرياضي، وبعد ترك وقت كاف لهم للحل، تدور مناقشات جماعية وفردية للحل، وقد يتوصل المدربون لنموذج رياضي في صورة معادلة رياضية، أو جدول أو تمثيل رياضي ويقومون بحله، فمثلا النموذج التالي:

السرعة

المتدفق =

$$(3.6 \times (0.05 \times \text{السرعة} + 2)) \times \text{طول السيارة}$$

– يناقش الطلاب في مرحلة «تفسير الحل» مراجعة الحل و اتساقه مع النموذج الرياضي بما يتضمنه من متغيرات و ثوابت و افتراضات، حيث تدور مناقشات جماعية و فردية حول معقولية الحل و مراعاته لما سبق عمله في الخطوات السابقة له.

– يناقش الطلاب فرديا و جماعيا مدى كفاءة النموذج الرياضي و إجراءات حله، و مناقشة تقييم النموذج من حيث تقديمه لحل مناسب للمشكلة الواقعية، و تكاليف استخدامه، و قابليته للتنفيذ، و مقدار الانتفاع به، و نقاط القوة و الضعف بالنموذج، و هل هناك حاجة لتعديل النموذج الرياضي؟

– يعيد الطلاب دورة النمذجة الرياضية في بناء ما ناقشوه في مرحلة «التحقق من النموذج»، و ذلك بالبحث عن نموذج رياضي جديد، أو تعديل النموذج السابق الذي توصلوا إليه.

– يطلب من الطلاب كتابة تقرير عن حل المشكلة الواقعية باستخدام دورة النمذجة الرياضية، بحيث يكون مختصرا و واضحا و منظما و لغته صحيحة، ثم يرشح أحد المتدربين لقراءة تقريره أمام زملائه الذين يناقشونه، و يعطي المدرب تقييما سريعا و ملخصا عن نقاط القوة و الضعف في النموذج.

6150%





## المراجع:

- أبوزينة، فريد كامل، وآخرون. (٢٠٠٧). الأعداد وتطبيقاتها الرياضية والحياتية (ط. ١). عمان: دار الميسرة.
- آزاد، حسن. (٢٠٠٦). الرياضيات والحياة انطباعات حول تدريس الرياضيات. ترجمة أيمن مكتبي، تحرير محمد سمان.  
• URL: <http://faculty.kfupm.edu.sa/MATH/hassanaz/essays-math/Translation.pdf>
- الأمين، إسماعيل محمد. (٢٠٠١). طرق تدريس الرياضيات نظريات وتطبيقات (ط. ١). القاهرة: دار الفكر العربي
- البحري، صفية بنت سلطان. (٢٠١١). فاعلية برنامج تدريبي في النمذجة الرياضية في تنمية التفكير الرياضي ومهارات اتخاذ القرار لدى معلمي الرياضيات. رسالة ماجستير غير منشورة. كلية التربية. جامعة السلطان قابوس.
- الجراح، ضياء ناصر خليفه. (٢٠٠٠). تطوير مناهج الرياضيات في مرحلة التعليم العام في المملكة الأردنية الهاشمية في ضوء النمذجة الرياضية. رسالة ماجستير غير منشورة. كلية التربية، جامعة عين شمس.
- الرفاعي، أحمد محمد رجائي. (٢٠٠٦). أثر برنامج في النمذجة الرياضية في تنمية استراتيجيات ما وراء المعرفة و سلوك حل المشكلة ومهارات التدريس الإبداعية لدى الطالب المعلم شعبة الرياضيات. رسالة دكتوراة غير منشورة. كلية التربية، جامعة طنطا.
- سرور، علي إسماعيل. (٢٠٠١). فاعلية استخدام الرسومات و التكوينات الخطية من خلال التعلم التعاوني في تنمية مهارات الترجمة و التفكير الابتكاري لدى تلاميذ الصف الرابع الابتدائي. الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، المؤتمر العلمي الأول ، - جامعة ٦ أكتوبر، ٢٢-٢٣ فبراير ٢٠٠١.
- عبيد، ولیم. (٢٠٠٨). الترابط بين الرياضيات و المواد الدراسية الأخرى. الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، المؤتمر العلمي الثامن: الرياضيات و المواد الدراسية الأخرى، المنعقد في دار الضيافة- جامعة عين شمس، ١٥-١٦ يوليو ٢٠٠٨ م ٢- ٤.
- لحر، صالح أحمد يسلم. (٢٠٠٧). فاعلية برنامج مقترح في تنمية مهارات النمذجة الرياضية لدى الطلاب المعلمين شعبة الرياضيات بكلية التربية- جامعة عدن. رسالة دكتوراة غير منشورة. كلية التربية، جامعة عين شمس.
- ميخائيل، ناجي ديسقورس. (٢٠٠٨). الترابطات الرياضية و المواد الدراسية مدخل لتطوير المناهج. الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، المؤتمر العلمي الثامن: الرياضيات و المواد الدراسية الأخرى، المنعقد في دار الضيافة- جامعة عين شمس، ١٥-١٦ يوليو

٢٠٠٨ م : ٣٩ - ٥٠ .

- مينا، فايز مراد.(١٩٩٤). قضايا في تعليم وتعلم الرياضيات (ط.٢). القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية.
- النزواني، مجيد سيف.(٢٠٠٨). استراتيجية مقترحة لرفع مستوى مهارات التمثيل الجبري والهندسي للمسائل الرياضية اللفظية وحلها لدى طلاب الصف الثامن الأساسي في منطقة الظاهرة بسلطنة عمان. رسالة ماجستير غير منشورة - جامعة الدول العربية. مصر.

### المراجع الأجنبية:

- Abrams, J. Paul. (2001): Mathematical Modeling–Teaching the Open–ended Application of Mathematics.
- URL: <http://www.meaningfulmath.org/numbers.pdf>
- Illner, Reinhard; Bohun. C.Sea; McCollum. Samantha and Roode. Thea Van (2005): Mathematical Modeling A Case Studies Approach. AMS: American Mathematical Society Library of Congress.
- Jiang,Z. ;O’Brien. G. and McClintock.E.(2000). The Mathematical Modeling Experience of Preservice Teachers. Florida International University.
- Niss. M. Blum. W. and Others (1991): Teaching of Mathematical Modeling and Application.Ellis Horwood. Chichester.
- Tanner.H. and Jones.S.(1994). Using Peer and Self–Assessment to Develop Modeling Skills with Students Aged 11 to 16: A Socio–Constructive View. Educational Studies in Mathematics. 27(4), PP.413–431.
- Varaki. Bakhtiar shabani and Earl. Lorna.(2006): Math Modeling in Educational Research: an Approach to Methodological Fallacies. Australian Journal of Teacher Education. Vol 31, No 2. PP.29–35.
- Warwick. Jon (2007): Some Reflections on the Teaching of Mathematical Modelling. The Mathematics Educator. Vol17, No.1. PP.3241– .

